تم التحميل من موقع علوم للجميع

https://www.3lom4all.com

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A = -1 + i$ و $z_B = -3i$ ،

ولیکن $p(z) = z^3 + (1+2i)z + 3 + 3i$ والمطلوب :

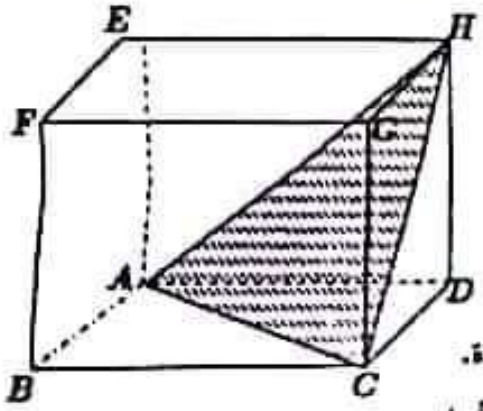
1- أثبت أنّ z_A حلاً للمعادلة $p(z) = 0$ ثمّ استنتج الحل الآخر للمعادلة.

2- جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- اكتب z_A بالشكل الأسّي.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط A, C, H, F, D.

2) اكتب معادلة للمستوي (ACH).

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p: -2x + 2y - 2z + 1 = 0$ يوازي المستوي (ACH).

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أنّ F, I, D على استقامة واحدة.

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$ ، وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(2 ، 0)$ ، وادرس الوضع النسبي لـ C و T.

4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C .

5- ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x}$، استنتج الخط البياني C' للتابع g.

الرقم :

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لدورة عام 2019

الرياضيات (الفرع العلمي) الدورة الأولى

المدة : ثلاث ساعات

الصفحة : سابعة

- الصفحة الأولى -

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: لدينا جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

خطه البياني C .

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

4- احسب $f(\,]-1,2[\,)$.

السؤال الثاني : عيّن الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$.

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ.

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$.

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $S_n=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+.....+\frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$ ، ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة.

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0، 1 ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق.

1- الحدث A : " الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته" ، احسب $P(A)$.

2- نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثم احسب توقعه الرياضي.

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I=]e^{-1},+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ والمطلوب :

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x>A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]0.9,1.1[$.

2) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$.

حل دورة 2019

الدورة الأولى الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 3$

2) $y = 3$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $+\infty$

3) $f(-1) = -2$ أو $(-1, -2)$

4) $f(]-1, 2[) =]-2, 4[$

التمرين الثاني:

$$T_r = \binom{n}{r} a^{n-r} \cdot b^r$$

$$\binom{6}{r} x^{6-r} \left(\frac{1}{x^2}\right)^r = \binom{6}{r} x^{6-3r}$$

$6 - 3r = 0$

$3r = 6$

$r = 2$

$$T_2 = \binom{6}{2} x^0 = 15$$

$$f(x) = x + 3 - \frac{1}{x^2}$$

$\Delta : y = x + 3$

$$f(x) - y_\Delta = x + 3 - \frac{1}{x^2} - x - 3 = -\frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{x \to \infty} (f(x) - y_\Delta) = \lim_{x \to \infty} -\frac{1}{x^2} = 0$$

Δ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$

$$f(x) - y_\Delta = -\frac{1}{x^2} < 0$$

(C) تحت Δ دوما.

$\vec{u} \cdot \vec{AB} = 0$ ← الجداء السلمي

$\vec{AB}(-1, 1, 0)$ $\vec{u}(2, 2, 1)$

$\vec{u} \cdot \vec{AB} = -2 + 2 + 0 = 0$

$\vec{u}$ و $\vec{AB}$ متعامدين.

تمثيل الوسيطي لـ (D):

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 + 2t \\ z = 0 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

الموقع التعليمي
علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

$S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$

$S_{n+1} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^{n+1}}$ (1

$S_{n+1} - S_n = \frac{1}{3^{n+1}} > 0$ متزايدة تماماً S_n

(2 متتالية هندسية

$S_n = a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right) = 1\left(\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}\right)$

$= \frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$

$-1 < q = \frac{1}{3} < 1$ لأن $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{3}{2}$

S_n متقاربة إلى $\frac{3}{2}$ أي أن $\frac{3}{2}$ عنصر

التمرين الثاني:

كيس 1: $\{0,1,2\}$ حمراء

كيس 2: $\{0,1\}$ بيضاء

$A = \{(2,2)(ب,ب)\}$ (1

$P(A) = \frac{P_3^2 + P_2^2}{P_5^2} = \frac{6+2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

$X = \{0,1,2,3\}$ (2

$P(X=0) = \frac{P_2^2}{P_5^2} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

$P(X=1) = \frac{P_2^1 \times P_3^1 \times 2}{P_5^2} = \frac{8}{20} = \frac{4}{10}$

$P(X=2) = \frac{P_2^2 + P_2^1 \times P_1^1 \times 2}{P_5^2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

$P(X=3) = \frac{P_2^1 \times P_1^1 \times 2}{P_5^2} = \frac{4}{20} = \frac{2}{10}$

$E(X) = \sum_1^4 X_i \cdot P(X_i)$

$= \frac{0+4+6+6}{10} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$

الموقع التعليمي
علوم الجمع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

تمرين الثالث

عدم تعيين

1) $\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$

$$f(x) = \frac{\ln(x)\left(\frac{2}{\ln(x)} + 1\right)}{\ln(x)\left(\frac{1}{\ln(x)} + 1\right)} = \frac{\frac{2}{\ln(x)} + 1}{\frac{1}{\ln(x)} + 1}$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{1}{1} = 1$$

$|f(x) - c| < r$

$c = 1$

$r = 0,2 = \frac{2}{10}$

$$\left|\frac{2+\ln(x)}{1+\ln(x)} - 1\right| < \frac{2}{10}$$

$$\left|\frac{1}{1+\ln(x)}\right| < \frac{2}{10} \Rightarrow$$

$|1+\ln(x)| = 1+\ln(x)$

$10 < 2 + 2\ln(x) \Rightarrow 8 < 2\ln(x)$

$4 < \ln(x) \Rightarrow e^4 < x$

وإذا $A = e^4$ عدد حقيقي أكبر تماما من الصفر.

$$\lim_{x\to\infty} f(f(x)) = f\left(\lim_{x\to\infty} f(x)\right) = f(1) = \frac{2}{1} = 2$$ (2

تمرين الرابع

1) نعوض z_A في المعادلة

$(-1+i)^2 + (1+2i)(-1+i) + 3 + 3i$

$1 - 2i + i^2 - 1 + i - 2i + 2i^2 + 3 + 3i$

$-2i - 1 + i - 2i - 2 + 3 + 3i = 0$

إذن z_A حل للمعادلة

نعوض z_B

$(-3i)^2 + (1+2i)(-3i) + 3 + 3i$

$= -9 - 3i + 6 + 3 + 3i = 0 \Rightarrow$ إذن z_B حل للمعادلة

2) تعيين العبارة المركبة للدوران (S)

$z' - w = e^{i\theta}(z - w)$

$z' - z_B = e^{\frac{i\pi}{2}}(z_A - z_B)$

$z' + 3i = i(-1+i+3i) \Rightarrow z' = -4 - 4i$

الموقع الرسمي
https://www.3lom4all.com

$r = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ (3

$\cos(\theta) = \frac{x}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$
$\sin(\theta) = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ } $\arg(z) = \pi - \theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$ (1

$z_A = r \cdot e^{i\theta} = \sqrt{2} e^{i\frac{3\pi}{4}}$

التمرين 1: الإجابة النموذجية

$H(0,1,1)$ $B(1,0,0)$ $C(1,1,0)$ $A(0,0,0)$ (1
$D(0,1,0)$ $F(1,0,1)$ $\frac{2}{10}$

$P: ax+by+cz+d=0$ (2

$A \in P \Rightarrow \boxed{d=0}$
$H \in P \Rightarrow b+c+d=0$
$C \in P \Rightarrow a+b+d=0$

نفرض $c=+1$
$b=-1$
$a=1$
$P: x-y+z=0$

$\vec{n_1}(1,-1,1)$
$\vec{n_2}(-2,2,-2)$ } $\frac{1}{-2} = \frac{-1}{2} = \frac{1}{-2}$ (3

مرتبطة $\Leftarrow$ متناسبة $\Leftarrow$ $\vec{n_1}, \vec{n_2}$ وتمثل ناظمية $\Leftarrow$
P_1, P_2 متوازيين.

$I(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ (4

$\vec{DI}(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$
$\vec{DF}(1,-1,1)$ } $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-1} = \frac{1}{1}$

مرتبطة $\Leftarrow$ متناسبة $\Leftarrow$ F, I, D على استقامة واحدة

$S: (x-x_\Omega)^2 + (y-y_\Omega)^2 + (z-z_\Omega)^2 = R^2$
$S: (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 3$ (5

$dist(\Omega, AHC) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

$= \frac{|-1(1)+1(-1)+1(1)|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$= R$

ومنه سطح الكرة

تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

BAKDASH

تمرين الثاني نقطة

$f(x) = \frac{4}{1+e^x}$

(1

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 4$

$y=4$ تقبل (C) مقارب يوازي $x'x$ بجوار $-\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

$y=0$ تقبل (C) مقارب يوازي $x'x$ بجوار $-\infty$

(2 f معرف وقابل للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$f'(x) = \frac{-4e^x}{(1+e^x)^2} < 0$ دالة متناقصة تماما

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	4	↘	0

(3 $y - y_0 = m(x - x_0)$

$m = f'(0) = -\frac{4}{4} = -1$

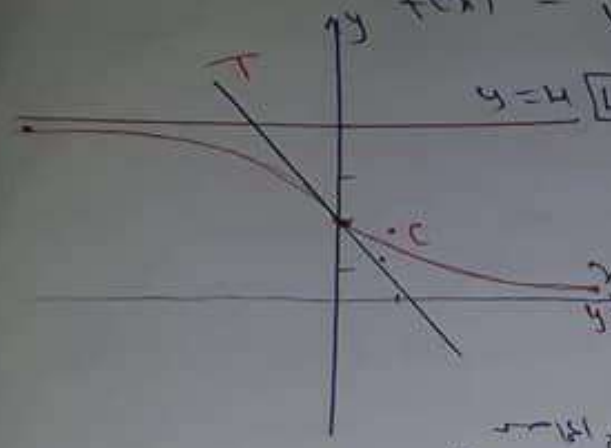
$y - 2 = -1(x - 0)$

$y = -x + 2$

$f(x) - y_T = \frac{4}{e^x+1} + x - 2$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-y_T$		$+$	0	$-$	
		(C) تحت T		(C) فوق T	

x	0		1
y	2		1



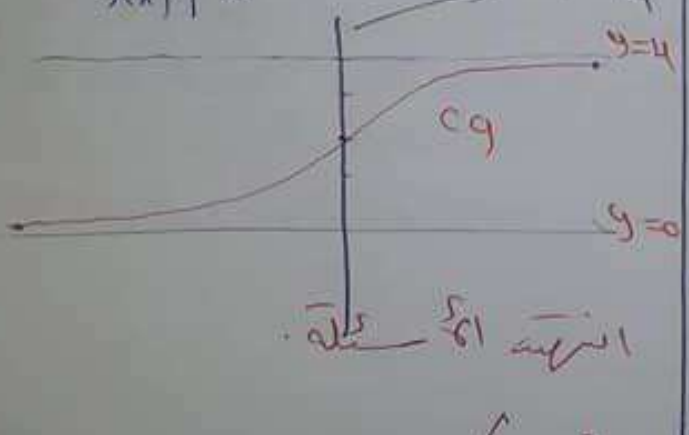
(5

$g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x}$

$f(-x) = \frac{4}{1+\frac{1}{e^x}} = \frac{4}{\frac{1+e^x}{e^x}} = \frac{4e^x}{1+e^x}$

$g(x) = f(-x)$ نستنتج أن

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	0	↗	4



انتهت الأسئلة

أطيب التمنيات

عبد الله عدل

تم التحميل من موقع علوم للجميع

https://www.3lom4all.com