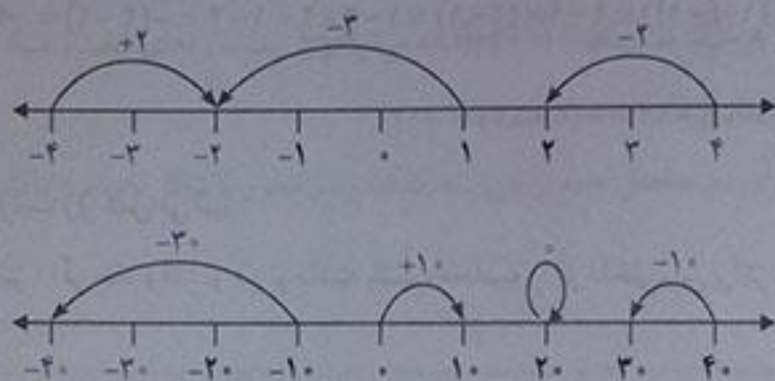




با انجام دادن تمرین‌های زیر، آنچه را در سال گذشته درباره عددهای صحیح یاد گرفته‌اید، مرور کنید.

۱ برای هر حرکت روی محور، یک عدد بنویسید.



دقت داشته باشید که عدد مربوط به هر حرکت، همان تعداد واحدهای طی شده روی محور می‌باشد. اگر حرکت در جهت مثبت محور انجام شده باشد، علامت (+) و اگر حرکت در جهت منفی محور انجام شده باشد، علامت (-) خواهد بود.

۲ جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

عدد صحیح	۶	-۴	$-(-۷)$	۰	۸	-۵	۳
قرینه آن	-۶	+۴	-۷	۰	-۸	۵	-۳

توجه داشته باشید که برای نوشتن قرینه هر عدد، کافی است یک علامت (-) پشت آن عدد قرار دهیم.

۳ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-۱۶ + ۱۲ = -۴$$

$$۸ - ۱۲ = -۴$$

$$-۳ + ۹ = +۶$$

$$-۴ - ۸ = -۱۲$$

$$-۳ \times ۷ = -۲۱$$

$$-۸ \div (-۴) = +۲$$

$$-۱۲ \div ۲ = -۶$$

$$-۴ \times (-۳) = +۱۲$$

دقت داشته باشید که در جمع و تفریق اعداد صحیح، اگر عددها هم علامت بودند، یکی از علامت‌ها را نوشته و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها، اعداد را با هم جمع می‌کنیم. هم چنین اگر عددها هم علامت نبودند، علامت عدد بزرگ‌تر را نوشته و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها، عدد کوچک‌تر را از عدد بزرگ‌تر کم می‌کنیم.

$\times$	+	-
+	+	-
-	-	+

توجه کنید که در ضرب و تقسیم اعداد صحیح، ابتدا باید علامت حاصل ضرب یا حاصل تقسیم را تعیین کنیم، سپس عددها را بدون در نظر گرفتن علامت‌ها، در هم ضرب و یا بر هم تقسیم کنیم. برای تعیین علامت، به جدول‌های روبه‌رو توجه کنید.

۴ حاصل عبارت‌ها را با توجه به ترتیب انجام عملیات به دست آورید.

$$-8 - \frac{2 \times 5}{10} = -8 - 10 = -(8 + 10) = -18$$

$$-16 + 2 \times 3 - 4 = -16 + \frac{8 \times 3}{12} - 4 = -16 + 2 - 4 = -(16 + 4 - 2) = -18$$

$$1 - 2 \times (1 - (8 - 9)) = 1 - 2 \times (1 - (-1)) = 1 - 2 \times (1 + 1) = 1 - \frac{2 \times 2}{1} = 1 - 4 = -(4 - 1) = -3$$

$$-4 + 4 - 4 \times 3 = -1 - \frac{4 \times 3}{12} = -1 - 12 = -(1 + 12) = -13$$

برای انجام عملیات ریاضی، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم.

الف) محاسبه عبارت داخل پرانتز؛ اگر چند پرانتز تو در تو داشته باشیم، محاسبه را از داخلی‌ترین پرانتز شروع می‌کنیم.

ب) توان و جذر.

پ) ضرب و تقسیم؛ اگر چند ضرب و تقسیم داشته باشیم، محاسبه را از عملیات سمت چپ شروع می‌کنیم.

ت) جمع و تفریق.

۵ عبارت $43 + 37 - 29$ را چهار دانش‌آموز محاسبه کرده‌اند. راه حل هر یک را توضیح دهید.

راه حل علی:

$$-43 + 37 - 29 = -43 - 29 + 37 = -72 + 37 = -35$$

توضیح: علی با توجه به خاصیت جابجایی جمع، ابتدا اعداد هم‌علامت را کنار هم قرار داد و حاصل جمع اعداد هم‌علامت را به‌طور جداگانه به دست آورد. در نهایت، حاصل جمع جواب‌های به دست آمده را که هم‌علامت نیستند، محاسبه کرد.

راه حل مجتبی:

$$-43 + 37 - 29 = -43 + 8 = -35$$

توضیح: مجتبی از راست به چپ شروع کرد و حاصل هر عملیات را که به آن رسید، به دست آورد.

راه حل مرتضی:

$$-43 + 37 - 29 = -6 - 29 = -35$$

توضیح: مرتضی از چپ به راست شروع کرد و حاصل هر عملیات را که به آن رسید، به دست آورد.

راه حل مصطفی:

توضیح: مصطفی از روش جدول ارزش مکانی استفاده کرد. او ابتدا همه اعداد را با توجه به علامت آن‌ها در جدول ارزش مکانی قرار داد به‌طوری که یکان‌ها زیر هم و دهگان‌ها نیز زیر هم قرار بگیرند؛ سپس حاصل جمع و تفریق یکان‌ها و دهگان‌ها را به‌صورت جداگانه به دست آورد و در نهایت، حاصل یکان‌ها با حاصل دهگان‌ها را با هم جمع کرد و جواب را به دست آورد.

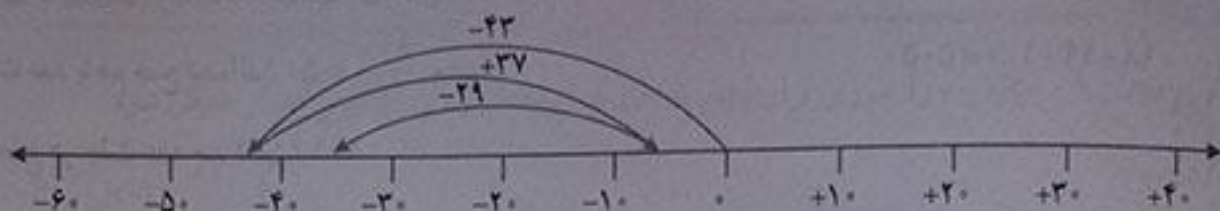
۶ شما کدام راه حل را می‌پسندید؟ به نظر من راه حل علی بهتر است. چرا؟ چون ابتدا اعداد هم‌علامت را دسته‌بندی کرده و سپس مرحله به مرحله نوشته شده است و با انجام آن، کم‌تر دچار اشتباه محاسباتی می‌شویم.

د	ی
۴	۳
۳	۷
۲	۹

$$\begin{array}{r} -40 \quad -3 \\ +30 \quad +7 \\ -20 \quad -9 \\ -30 \quad -5 \\ \hline -35 \end{array}$$



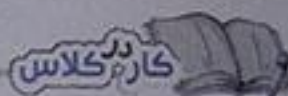
ا) پاره حل دیگری برای پیدا کردن حاصل این عبارت سراغ دارید؟ بده، استفاده از محور یا شکل های قراردادی (دایره های سفید و سیاه).



اگر هر $\bigcirc$ نشان دهنده $(+1)$ و هر $\bullet$ نشان دهنده (-1) باشد، می توانیم با رسم دایره های سفید و سیاه و این موضوع که هر $\bigcirc\bullet$ بیانگر صفر است، حاصل جمع و تفریق ها را به دست آوریم.

وقت داشته باشید که در به دست آوردن حاصل جمع و تفریق به کمک رسم محور یا شکل های قراردادی، ابتدا باید تفریق ها را به جمع تبدیل کنیم.

صفحه ۳ و ۴ کتاب درسی



۱ حاصل عبارت های زیر را با روش مورد نظر خود به دست آورید.

$$\underbrace{-(-17)}_{+} + 14 - 13 - 19 = 17 + 14 - 13 - 19 = 17 + 14 - (13 + 19) = 31 - 32 = -(32 - 31) = -1$$

$$\underbrace{-(-7)}_{+} - \underbrace{2 + (-9)}_{11} = +7 - 2 - 9 = 7 - (2 + 9) = 7 - 11 = -(11 - 7) = -4$$

$$-18 - \underbrace{-(-4)}_{+} - \underbrace{-(-19)}_{+} = -18 + 4 + 19 = -18 + 23 = +(23 - 18) = +5$$

$$-24 - 97 + 100 - 23 = 100 - 24 - 97 - 23 = 100 - (24 + 97 + 23) = 100 - 144 = -(144 - 100) = -44$$

۲ حاصل عبارت $10 + 3 - 7 - 2$ را به دو روش حساب کرده ایم. کدام درست و کدام نادرست است؟ توضیح دهید.

$$10 + 3 - 7 - 2 = 13 - 5 = 8 \text{ نادرست}$$

$$\underbrace{-7 - 2}_{-5} = -5$$

زیرا حاصل $-7 - 2$ به اشتباه، به صورت مقابل محاسبه شده است:

$$10 + 3 - 7 - 2 = 13 - 9 = 4 \text{ درست}$$

$$10 + 3 - 7 - 2 = (\underbrace{10 + 3}_{13}) - (\underbrace{7 + 2}_{9}) = 13 - 9 = 4$$

۳ قبل از انجام دادن محاسبات، در عبارت های داده شده خوب دقت کنید و با دسته بندی مناسب، راه ساده ای پیدا کنید. راه حل خود

را باره حل های دوستانتان مقایسه کنید و آن گاه با ماشین حساب، درستی پاسخ های خود را بررسی کنید.

$$-40 + 35 + 80 - 17 - 40 = (\underbrace{80 - 40 - 40}_{\text{صفر}}) + (35 - 17) = +18$$

$$-32 - 21 + 12 + \underbrace{3 \times 7}_{21} = -32 - 21 + 12 + 21 = -32 + 12 = -(32 - 12) = -20$$

دقت داشته باشید که در جمع و تفریق اعداد، اگر اعداد قرینه وجود داشته باشند، به دلیل این که حاصل جمع آن ها برابر صفر می شود، می توان آن ها را از محاسبات حذف کنیم.

۴ یکی از ریاضی دانان بزرگ در کودکی، جمع عددهای از ۱ تا ۱۰۰ با روشی ابتکاری محاسبه کرد.

$$1+2+3+\dots+98+99+100=5050$$

○ چند جفت عدد با هم جمع شده اند؟ $\frac{100}{2} = 50$ جفت

○ حاصل جمع هر جفت عدد چند است؟ ۱۰۱

○ حاصل عبارت چند می شود؟ $50 \times 101 = 5050$

نتیجه برای به دست آوردن حاصل جمع اعدادی که از کوچک به بزرگ (یا از بزرگ به کوچک) نوشته شده اند و اختلاف هر دو عدد

متوالی از آن ها برابر یا مقداری ثابت است، در صورتی که تعداد اعداد زوج باشد، مراحل زیر را طی می کنیم.

الف) تعداد جفت ها را به دست می آوریم (تعداد عددها را بر ۲ تقسیم می کنیم).

ب) حاصل جمع هر جفت را به دست می آوریم (عدد اول را با عدد آخر جمع می کنیم).

پ) تعداد جفت ها را در حاصل جمع هر جفت ضرب می کنیم.

۵ حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. روش کار را توضیح دهید.

$$-2+4-6+8-10+12 = 3 \times (+2) = +6 = 6$$

اعداد را به صورت جفت جفت طوری دسته بندی می کنیم که حاصل جمع هر دسته، مقداری ثابت (در این جا برابر ۲+ است) شود. سپس تعداد جفت ها را در حاصل جمع هر دسته ضرب می کنیم.

$$\frac{1}{1} \times \frac{8}{8} \times \frac{7}{7} \times \dots \times \frac{-1}{-1} \times \frac{-11}{-11} = 9 \times 8 \times 7 \times \dots \times 1 \times (-1) \times (-11) = 0$$

ابتدا حاصل هر برائت را به دست می آوریم، سپس اعداد به دست آمده را در هم ضرب می کنیم. می بینیم که اعداد صحیح از ۹ شروع شده و در یک دیگر ضرب می شوند تا به ۱۱- برسند. چون در میان اعداد صحیح از ۹ تا ۱۱- صفر نیز وجود دارد، حاصل ضرب کل عبارت برابر با صفر خواهد شد.

۶ ابتدا در مربع های خالی، علامت های «+» یا «-» بگذارید. سپس عبارت داده شده را محاسبه کنید و همه عددهای صحیح ممکن را که به دست می آیند، از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

تمام حالت ها را به صورت زیر می نویسیم:

$$-2 \quad (+7) \quad 2$$

$$-2 + (+7) + 2 = -2 + 7 + 2 = -2 + 9 = +6$$

$$-2 + (+7) - 2 = -2 + 7 - 2 = -5 + 7 = +2$$

$$-2 - (+7) + 2 = -2 - 7 + 2 = -9 + 2 = -7$$

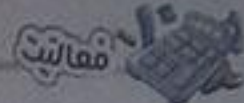
$$-2 - (+7) - 2 = -2 - 7 - 2 = -11$$

$$-12 < -8 < +2 < +6$$

حالا، حاصل عبارت ها را از کوچک به بزرگ می نویسیم:



صفحة ۲ کتاب درسی



در جاهای خالی، علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت زیر، بزرگ‌ترین مقدار ممکن شود.

$$-5 \quad (-6) \quad (+3) \quad (-9)$$

در زیر، چهار پاسخ به این مسئله داده شده که فقط یکی از آن‌ها درست است. آن را مشخص کنید و دلیل نادرست بودن پاسخ‌های دیگر را هم توضیح دهید.

$$-5 + (-6) + (+3) + (-9) = -5 - 6 + 3 - 9 = -11 - 6 = -17$$

پاسخ اول:

$$-5 + (-6) - (+3) + (-9) = -5 - 6 - 3 - 9 = -23$$

پاسخ دوم:

$$-5 - (-6) + (+3) - (-9) = -5 + 6 + 3 + 9 = 1 + 12 = 13$$

پاسخ سوم:

$$-5 + (-6) + (+3) - (-9) = -5 - 6 + 3 + 9 = -11 + 12 = 1$$

پاسخ چهارم:

پاسخ سوم درست است. برای توضیح نادرستی سه پاسخ دیگر، به این نکته توجه کنید که برای به دست آوردن بزرگ‌ترین مقدار برای حاصل عبارت، باید با قرار دادن علامت‌های مناسب، پس از ساده کردن، علامت بین هر دو عدد، مثبت باشند. پاسخ اول نادرست است، زیرا علامت بین (-5) و 6 و همچنین 3 و 9 منفی به دست می‌آید:

$$-5 + (-6) + (+3) + (-9) = -5 - 6 + 3 - 9$$

پاسخ دوم نیز نادرست است، زیرا علامت بین همه اعداد، منفی است:

$$-5 + (-6) - (+3) + (-9) = -5 - 6 - 3 - 9$$

پاسخ چهارم هم نادرست است، زیرا علامت بین (-5) و 6 منفی به دست می‌آید:

$$-5 + (-6) + (+3) - (-9) = -5 - 6 + 3 + 9$$

توجه داشته باشید که در پاسخ سوم، علامت بین همه اعداد، مثبت می‌باشد.

صفحة ۵ کتاب درسی



۱. عددهای خواسته شده را بنویسید.

الف) عددهای صحیح بین 3 و -5 را بنویسید.

اعداد صحیح بین 3 و -5 ، اعدادی هستند که از -5 بزرگ‌تر و از 3 کوچک‌تر می‌باشند و عبارت‌اند از:

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$$

ب) عددهای صحیح کوچک‌تر از -4 را بنویسید.

$$\dots, -7, -6, -5$$

ج) عددهای صحیح بزرگ‌تر از -3 را بنویسید.

$$-2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

۲ مانند نمونه، جدول را کامل کنید.

عدد	$+3$	0	5^2	$\sqrt{4}$	$\frac{2}{1}$	$-(-2)$	$-\frac{2}{3}$	$0/7$
طبیعی	✓	×	✓	✓	✓	✓	×	×
صحیح	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	×

۳ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\underbrace{-8+6}_{-2} - \underbrace{12+14}_{+2} - \underbrace{20+22}_{+2} = \underbrace{-2+2+2}_{\text{صفر}} = 0 + 2 = 2$$

$$\underbrace{-8+7}_{\text{صفر}} - \underbrace{6+8}_{\text{صفر}} - \underbrace{7+6}_{\text{صفر}} = 0 + 0 + 0 = 0$$

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 = \underbrace{1-4}_{-3} + \underbrace{9-16}_{-7} = -3 - 7 = -(3+7) = -10$$

$$2 - (2 - (1 - 7) - 1) = 2 - (2 - (-6) - 1) = 2 - (2 + 6 - 1) = 2 - 7 = -(7 - 2) = -5$$

$$2 - \underbrace{4 \times 5}_{20} = 2 - 20 = -(20 - 2) = -18$$

$$-8 - \underbrace{4 \div 2}_{2} = -8 - 2 = -(8 + 2) = -10$$

۴ هر یک از عبارت‌های زیر، چه عددی را نشان می‌دهد؟

○ بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی: -1 ○ کوچک‌ترین عدد طبیعی: 1

○ کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت: $+1$

○ کوچک‌ترین عدد زوج طبیعی: 2 ○ کوچک‌ترین عدد فرد طبیعی دو رقمی: 11

○ بزرگ‌ترین عدد زوج طبیعی سه رقمی: 998

نکته

اعداد صحیح مثبت، همان اعداد طبیعی‌اند.

۵ جدول زیر را کامل کنید: طوری که حاصل جمع عددهای هر ردیف، با مجموع عددهای هر ستون و هر قطر مساوی باشد.

-8	u	v
x	-2	-6
y	z	4

$$-8 + (-2) + 4 = -6 \quad \text{و} \quad x + (-2) + (-6) = -6 \Rightarrow x = 2$$

$$-8 + x + y = -6 \xrightarrow{x=2} -8 + 2 + y = -6 \Rightarrow y = 2$$

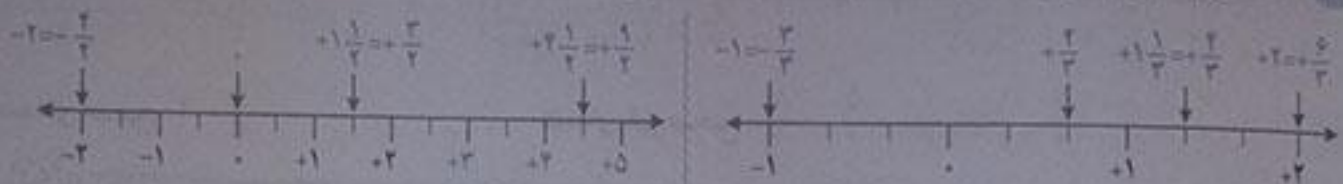
$$y + z + 4 = -6 \xrightarrow{y=2} 2 + z + 4 = -6 \Rightarrow z = -10$$

$$y + (-2) + v = -6 \xrightarrow{y=2} 2 + (-2) + v = -6 \Rightarrow v = -6$$

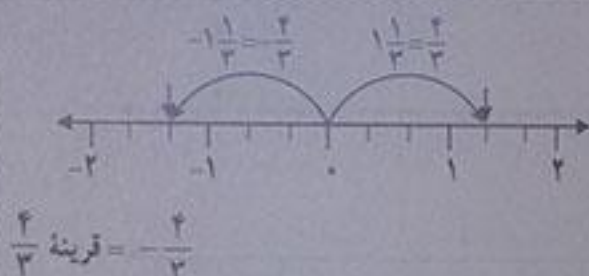
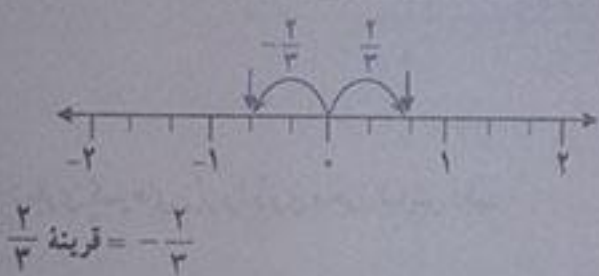
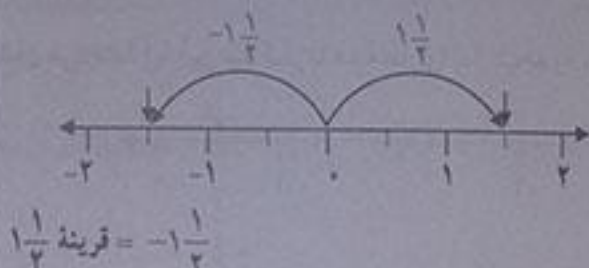
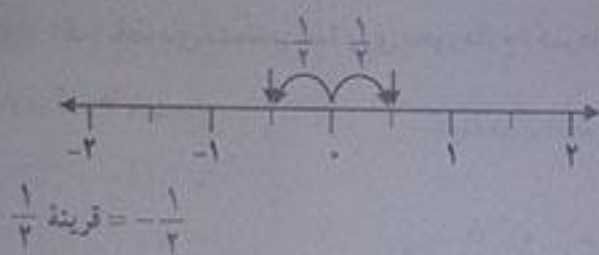
$$u + (-2) + z = -6 \xrightarrow{z=-10} u + (-2) + (-10) = -6 \Rightarrow u = 6$$



۱ نقطه‌هایی که روی محور مشخص شده‌اند، چه عددهایی را نشان می‌دهند؟



۲ قرینه هر عدد را روی محور پیدا کنید و تساوی‌ها را مانند نمونه، کامل کنید.



۳ به این ترتیب، می‌توانید قرینه همه کسرهایی که با آن‌ها آشنا شده‌اید را بنویسید:

$$صفر = قرینه صفر \quad 2\frac{1}{5} قرینه = -2\frac{1}{5} \quad -1\frac{9}{10} قرینه = 1\frac{9}{10} \quad 0/01 قرینه = -0/01$$

نتیجه الف) همان‌طور که می‌توان قرینه اعداد صحیح را روی محور نمایش داد، قرینه هر عدد کسری (یا عدد مخلوط) را نیز می‌توان

روی محور نمایش داد.

ب) برای نمایش قرینه یک کسر (یا عدد مخلوط)، کافی است یک علامت (-) پشت آن کسر (یا عدد مخلوط) قرار دهیم. مانند:

$$\frac{4}{3} قرینه \rightarrow -\frac{4}{3} \quad 1\frac{1}{5} قرینه \rightarrow -1\frac{1}{5} \quad -\frac{3}{8} قرینه \rightarrow -(-\frac{3}{8}) = +\frac{3}{8}$$

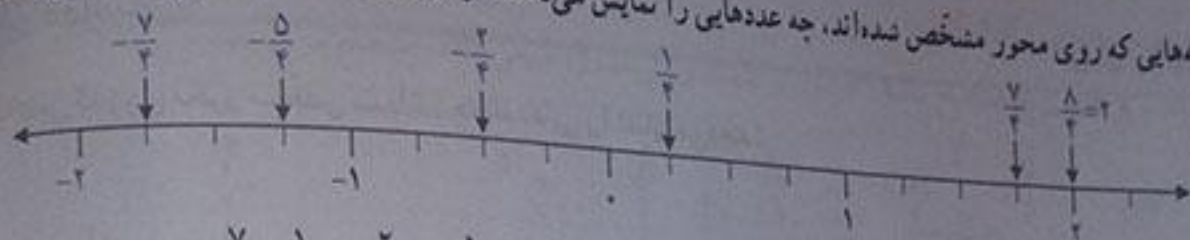
۴ کسرها را به عدد مخلوط و عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$+3\frac{1}{4} = +\frac{13}{4} \quad -\frac{7}{5} = -1\frac{2}{5} \quad +\frac{14}{3} = +2\frac{2}{3} \quad -2\frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

نتیجه برای تبدیل کسرها به عدد مخلوط و یا تبدیل اعداد مخلوط به کسر، بدون در نظر گرفتن علامت، مانند آن‌چه در سال گذشته

آموختیم، عمل می‌کنیم و در پایان، علامت را اضافه می‌کنیم.

نقطه‌هایی که روی محور مشخص شده‌اند، چه عددهایی را نمایش می‌دهند؟ از این عددها، کدام صحیح و کدام غیر صحیح‌اند؟



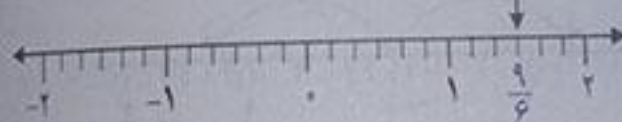
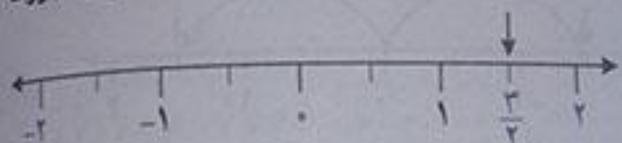
عددهای غیر صحیح: $\frac{7}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{5}{4}$

عددهای صحیح: $\frac{8}{4} = 2$

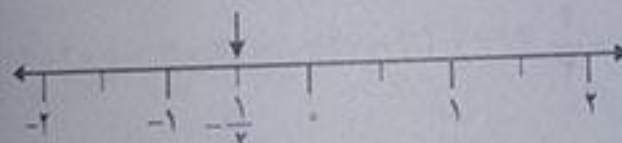
نکته

اگر صورت یک کسر بر مخرج آن بخش‌پذیر باشد، آن کسر به عنوان یک عدد صحیح در نظر گرفته می‌شود.

الف) نقطه‌های مشخص شده روی محورها، چه کسرهایی را نشان می‌دهند؟ آیا این سه کسر با هم مساوی‌اند؟ نتیجه را به صورت تساوی کسرها بنویسید.



$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6}$$



$$-\frac{1}{2} = -\frac{2}{4} = -\frac{3}{6}$$

ب) تساوی کسرها را زیر را روی محور نمایش دهید.

نتیجه

برای نوشتن کسرها را مساوی با یک کسر، بدون توجه به علامت آن، صورت و مخرج آن را در عددهای طبیعی ضرب و یا بر عددهای طبیعی تقسیم می‌کنیم. اگر علامت کسر اولیه منفی باشد، برای تمام کسرها مساوی با آن نیز علامت منفی می‌گذاریم.

۷ مقدار x را به دست آورید.

$$\frac{3}{7} = -\frac{12}{x} \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \times 12}{3} = 7 \times 4 = 28$$

$$\frac{4}{6} = -\frac{x}{15} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = \frac{6 \times 15}{4} = 10$$

توجه

اگر قرینه دو کسر با هم برابر باشند، آن‌گاه خود آن دو کسر نیز با هم برابر خواهند بود.



صفحه ۷ کتاب درسی

کار در کلاس

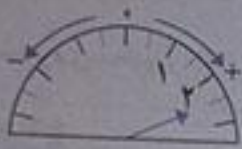
۱ کسره‌های زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{18}{6} = \frac{18}{1} = 18$$

$$\frac{66}{62} = \frac{11}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{12}$$

۲ عقربه چه عددی را نشان می‌دهد؟ بنویسید.



$$+2\frac{1}{2} = +2\frac{5}{10}$$



$$-7\frac{1}{2}$$



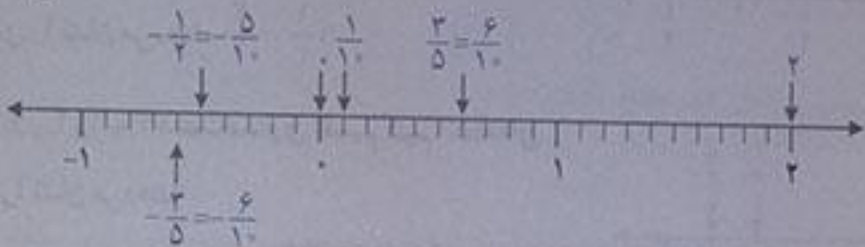
$$-1$$



$$-9$$

۳ به کمک محور، عددهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.

$$\frac{3}{5}, \frac{1}{10}, 0, 2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{5}$$



با توجه به محور رسم شده، داریم:

$$-\frac{3}{5}, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{10}, \frac{3}{5}, 2$$

۴ در جای خالی علامت مناسب < یا > یا = بگذارید.

$$\frac{12}{20} = \frac{3}{5} > 0.25 = \frac{25}{100} = \frac{5}{20}$$

$$-\frac{5}{25} = -\frac{1}{5} > -\frac{11}{5} = -\frac{22}{10}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{2}{4} = -0.5 = -\frac{1}{2}$$

نکته

برای مقایسه دو عدد کسری با علامت منفی، کافی است بدون در نظر گرفتن علامت‌ها، آن‌ها را مقایسه کنیم و پس از مشخص شدن علامت، آن را برعکس کنیم. یعنی علامت < را به > و علامت > را به < تبدیل کنیم. مانند:

$$\frac{3}{5} > \frac{2}{5} \Rightarrow -\frac{3}{5} < -\frac{2}{5}$$

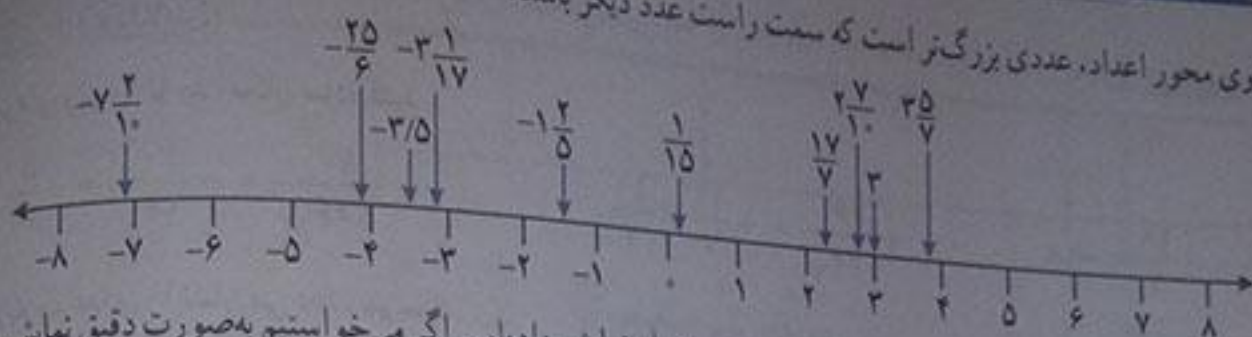
۵ هر یک از عددها را در جدول زیر در جای خود قرار دهید و جدول را کامل کنید.

$$\frac{17}{7}, \frac{1}{15}, -1\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}, -\frac{25}{6}, +3\frac{5}{7}, 2\frac{7}{10}, -3\frac{1}{17}, -7\frac{2}{10}$$

کوچک‌تر از -۳	بین -۳ و -۲	بین -۲ و -۱	بین -۱ و ۰	بین ۰ و ۱	بین ۱ و ۲	بزرگ‌تر از ۲
$x < -3$	$-3 < x < -2$	$-2 < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < 2$	$x > 2$
$-\frac{17}{7}, -\frac{25}{6}, -3\frac{1}{17}, -7\frac{2}{10}$		$-1\frac{2}{5}$		$\frac{1}{15}$		$\frac{17}{7}, 2\frac{7}{10}, 3\frac{5}{7}$

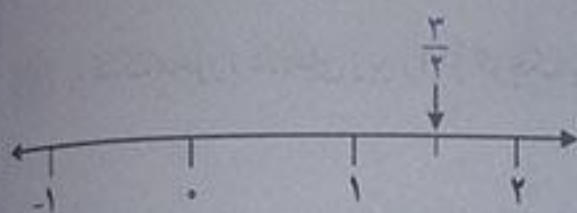
همان‌طور که برای مقایسه عددهای صحیح از محور اعداد کمک می‌گرفتیم، برای مقایسه کسرها نیز از محور کمک می‌گیریم. توجه داشته

باشید که روی محور اعداد، عددی بزرگتر است که سمت راست عدد دیگر باشد.



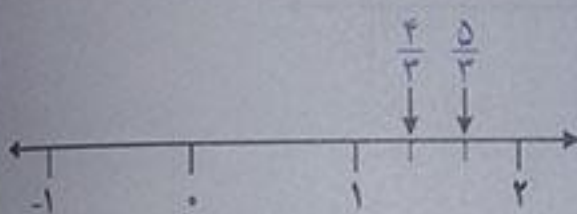
دقت کنید که هر یک از اعداد بالا را به صورت تقریبی روی محور اعداد نمایش داده‌ایم. اگر می‌خواستیم به صورت دقیق نمایش دهیم، باید هر واحد روی محور را به ۲۱۰ قسمت مساوی تقسیم‌بندی می‌کردیم.

صفحه ۸ کتاب درسی



۱ روی محور روبه‌رو، فاصله بین عددهای ۱ و ۲ را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم.

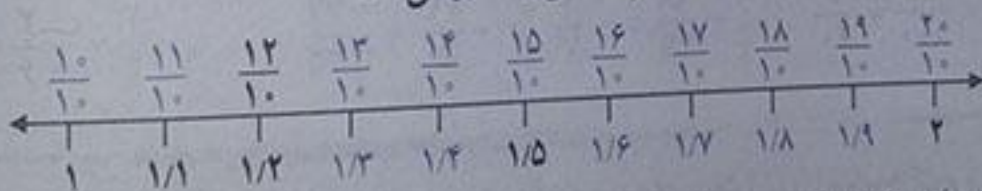
نقطه مشخص شده چه عددی را نشان می‌دهد؟ $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$



۲ اگر فاصله عددهای ۱ و ۲ را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم، نقطه‌های مشخص شده چه عددهایی را نشان می‌دهند؟

$$1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}, 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

۳ در شکل زیر، فاصله بین دو عدد ۱ و ۲ را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم، اما آن را بزرگ‌تر رسم کرده‌ایم تا شما نقطه‌ها را بهتر ببینید. اکنون مانند نمونه، مشخص کنید که هر نقطه چه عددی را نشان می‌دهد.



○ در تساوی زیر، عدد اعشاری ۱/۲ را به صورت کسری نوشته‌ایم. شما هم در محور بالا، عددهای اعشاری را به صورت کسری نشان دهید.

$$1/2 = 1\frac{2}{10} = \frac{12}{10}$$

۴ چگونه می‌توانیم بین دو عدد ۱ و ۲، تعداد بیش‌تری عدد کسری بنویسیم؟ توضیح دهید. کافی است فاصله بین دو عدد ۱ و ۲ را به قسمت‌های مساوی بیش‌تری تقسیم کنیم.

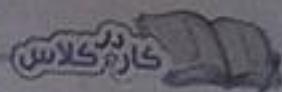
۵ آیا می‌توانیم بگوییم بین دو عدد ۱ و ۲ کسرهای بی‌شماری وجود دارد؟ بله، زیرا فاصله بین دو عدد ۱ و ۲ را می‌توان به بی‌شمار قسمت تقسیم‌بندی کرد.

○ آیا همین نتیجه را می‌توان برای عددهای ۱- و ۲- نیز تکرار کرد؟ بله.
○ بین هر دو عدد صحیح، چند عدد کسری وجود دارد؟ بی‌شمار.

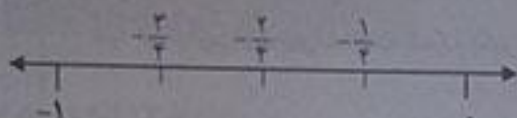
نتیجه بین هر دو عدد صحیح، بی‌شمار کسر وجود دارد.



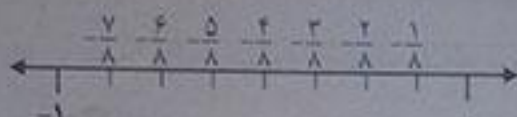
صفحه ۸ کتاب درسی



با توجه به محورهای روبه‌رو و تقسیم شدن فاصله بین دو عدد ۰ و -۱، کسرهای مختلفی بین این دو عدد بنویسید.



توضیح دهید چگونه بین هر دو عدد کسری هم می‌توانیم، کسرهای بی‌شماری پیدا کنیم. کافی است فاصله بین آن دو عدد کسری روی محور اعداد را به قسمت‌های مساوی کوچک‌تر تقسیم کنیم و چون این کار را به بی‌شمار حالت مختلف می‌توان



انجام داد، بنابراین بین هر دو عدد کسری، می‌توان بی‌شمار کسر پیدا کرد.

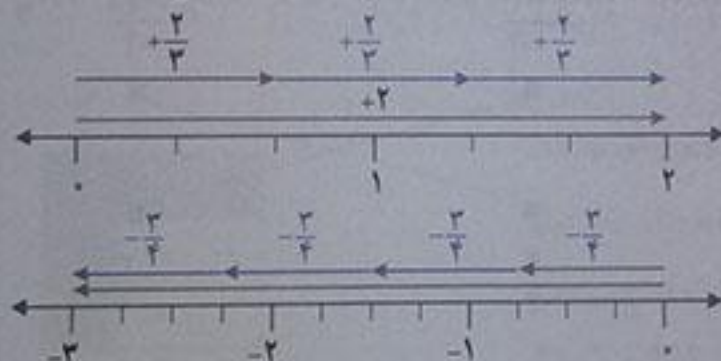
بدون استفاده از محور هم می‌توان بین دو عدد کسری، بی‌شمار کسر پیدا کرد. به این ترتیب که ابتدا آن دو کسر را هم‌مخرج می‌کنیم و سپس صورت و مخرج آن‌ها را در عددهای بزرگ و بزرگ‌تر ضرب می‌کنیم تا فاصله صورت‌های آن‌ها بیش‌تر شود و اعداد زیادی را بتوان بین آن‌ها پیدا کرد.

نتیجه بین هر دو عدد کسری، بی‌شمار کسر وجود دارد.

صفحه ۹ کتاب درسی



۱ چگونه می‌توانیم به کمک بردارهایی که در شکل نمایش داده شده‌اند، درستی تساوی‌ها را نتیجه بگیریم؟ توضیح دهید.



$$+2 + 3 = \frac{+2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$-3 + 4 = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

با توجه به محورهای بالا، می‌بینیم که عدد ۲ از ۳ تا $\frac{2}{3}$ تشکیل شده است؛ یعنی $2 + 3 = \frac{2}{3}$ و همچنین عدد -۳، از ۴ تا $-\frac{3}{4}$ تشکیل شده است؛ یعنی $-3 + 4 = -\frac{3}{4}$.

توجه به هر عدد کسری به صورت $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهای صحیح باشند و $b \neq 0$ باشد، عدد گویا می‌گوییم.

۲ مانند نمونه، کسر مساوی هر کسر را بنویسید.

$$\frac{-2}{3} = -2 + 3 = -(2 + 3) = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{-5} = 3 + (-5) = -(3 + 5) = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{-4}{7} = -(-4 + 7) = -(-(4 + 7)) = +\frac{4}{7}$$

$$\frac{-3}{-4} = -3 + (-4) = -(3 + 4) = +\frac{3}{4}$$

نتیجه الف) در نوشتن فریفته یک کسر، مهم نیست که علامت (-) را در صورت، مخرج یا پشت خط کسری قرار دهیم. مانند:

$$\frac{2}{3} = \frac{-2}{3} = \frac{2}{-3}$$

ب) همان طور که در تقسیم کردن اعداد صحیح بر یک دیگر، ابتدا تعیین علامت می کردیم، در نوشتن کسره های مساوی با یک کسر نیز، می توانیم از تعیین علامت کمک بگیریم. مانند:

$$\frac{-2}{3} = +\frac{2}{-3}$$

$$\left(\frac{-2}{3}\right) = -\left(\frac{2}{-3}\right) = -\left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{2}{3}$$

صفحه ۹ کتاب درسی

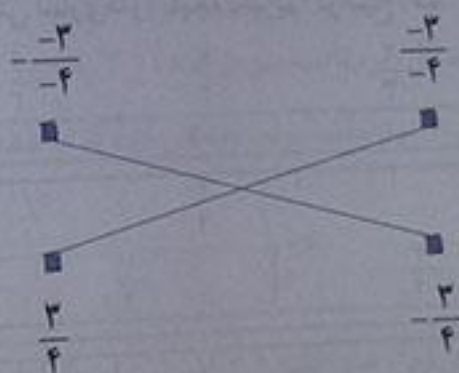
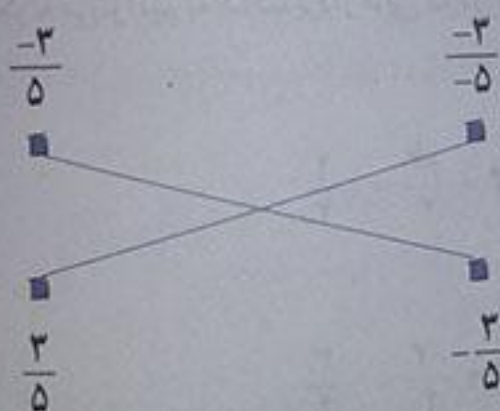


۱ آیا می توان گفت هر عدد صحیح و هر عدد طبیعی نیز یک عدد گویاست؟ چرا؟ بله، زیرا می توان هر یک از اعداد صحیح و طبیعی را به صورت یک عدد کسری نوشت.

نکته

همه اعداد صحیح و اعداد طبیعی، عضو اعداد گویا به شمار می روند.

۲ هریک از کسره های سطر اول را به کسر مساوی اش در سطر دوم وصل کنید.



۳ جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

عدد	نوع	طبیعی	صحیح	گویا
12	-4	$\frac{12}{-4}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-4}{-2}$
0	$-2/3$	$\sqrt{9}$	$\frac{6}{2}$	$-(-(+4))$
$\frac{3}{5}$	$-\frac{8}{-3}$	$\frac{-4}{-2}$	$\frac{-1}{5}$	12
$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\times$	$\times$
$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\times$	$\times$
$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\times$	$\times$
$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$

شماره باشید هر عددی که صحیح یا طبیعی باشد، حتماً گویا است.

دقت داشته باشید هر عددی که صحیح یا طبیعی باشد، حتماً گویا است، هم چنین هر عددی که گویا نیست، صحیح یا طبیعی هم نیست.

۳ ابتدا علامت هر عبارت را تعیین و سپس آن را ساده کنید.

$$\frac{-8 \times (-18)}{12 \times 16} = \frac{+(8 \times 18)}{12 \times 16} = + \frac{\cancel{8}^1 \times \cancel{18}^3}{\cancel{12}_3 \times \cancel{16}_4} = + \frac{1 \times 3}{2 \times 2} = + \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{8 \times 18}{12 \times 16} = + \frac{\cancel{8}^1 \times \cancel{18}^3}{\cancel{12}_3 \times \cancel{16}_4} = + \frac{1 \times 3}{2 \times 2} = + \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{10 \times (-2)}{-7 \times 25} = \frac{-(10 \times 2)}{-(7 \times 25)} = - \left(+ \frac{10 \times 2}{7 \times 25} \right) = - \frac{\cancel{10}^2 \times 2}{7 \times \cancel{25}_5} = - \frac{2 \times 2}{7 \times 5} = - \frac{4}{35}$$

نکته

اگر در یک عبارت کسری، فقط عملیات ضرب و تقسیم وجود داشت، برای تعیین علامت آن، کافی است فقط تعداد منفی‌ها را بشماریم و به صورت زیر عمل کنیم.

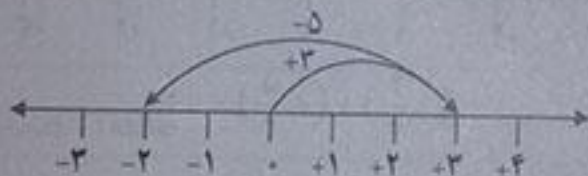
(الف) $\Rightarrow$ تعداد منفی‌ها عددی زوج باشد. (الف)

(ب) $\Rightarrow$ تعداد منفی‌ها عددی فرد باشد. (ب)

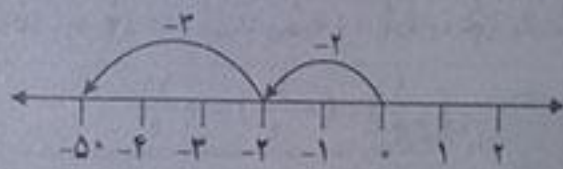
صفحه ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی



۱ با توجه به درس سال گذشته برای حرکت‌های روی محور، یک جمع با عددهای صحیح بنویسید.

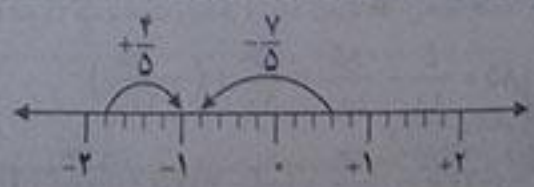
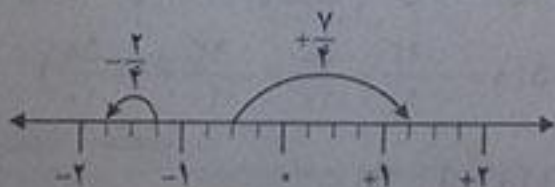
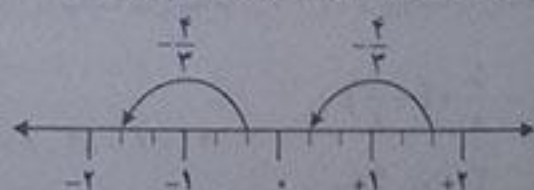
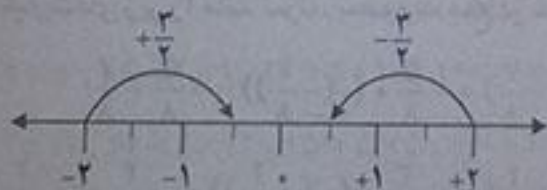


$$(+3) + (-5) = -2$$



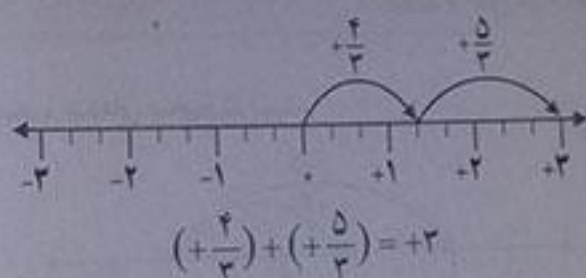
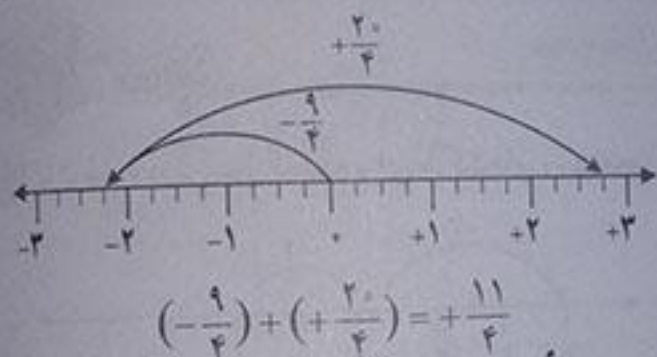
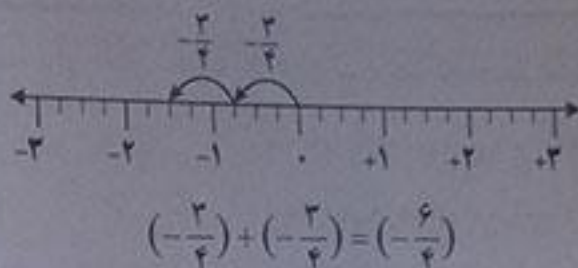
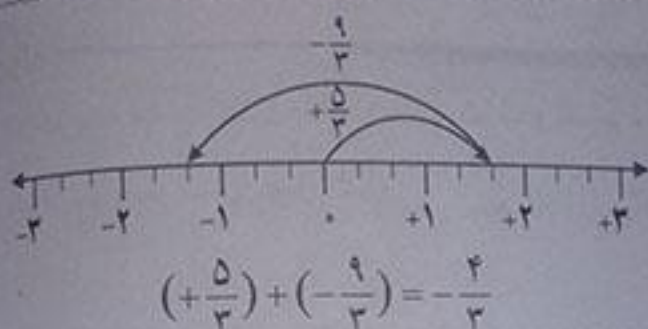
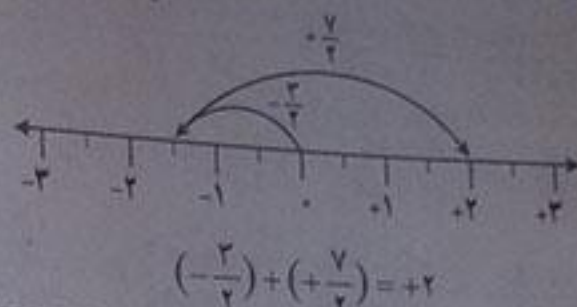
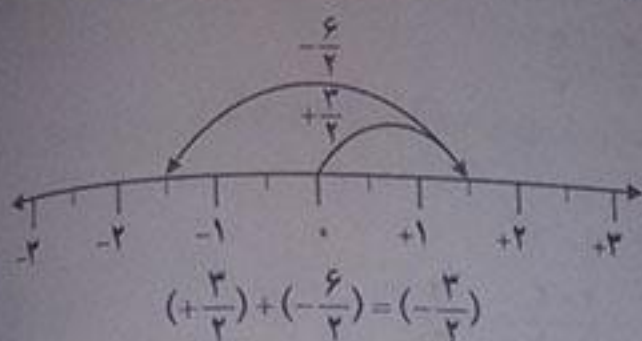
$$(-2) + (-3) = -5$$

۲ با توجه به سؤال ۱، برای هر حرکت روی محور، عددی متناظر بنویسید.



نتیجه همان‌طور که بعضی از حرکت‌ها روی محور را می‌توانستیم با اعداد صحیح علامت‌دار نشان دهیم، بعضی از حرکت‌ها را نیز می‌توانیم با اعداد گویای علامت‌دار نمایش دهیم. برای این منظور باید با توجه به تقسیم‌بندی واحد محور، قسمت‌ها را بشماریم و با توجه به جهت حرکت، علامت حرکت را تعیین کنیم.

برای محورهای زیر مانند نمونه، یک جمع یا عددهای گویا بنویسید.



دقت داشته باشید که در سال گذشته در مورد اعداد صحیح گفته شد، برای هر دو حرکت پشت سرهم روی محور اعداد، می توان یک جمع نوشت. در مورد اعداد گویا نیز چنین است.

عبارت های زیر را مانند نمونه، به صورت جمع دو عدد گویا بنویسید.

$$\frac{5}{8} - \frac{7}{8} = \frac{5}{8} + \left(-\frac{7}{8}\right)$$

$$\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = \frac{3}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$+15 - +185 = \frac{5}{10} - \frac{185}{100} = \frac{5}{10} + \left(-\frac{185}{100}\right)$$

$$-12/3 - (-7) = -\frac{123}{10} + \left(-(-7)\right) = -\frac{123}{10} + (+7) = -\frac{123}{10} + \left(+\frac{7}{1}\right)$$

$$25 - 18/4 = \frac{25}{1} + \left(-\frac{18}{4}\right)$$

$$-\frac{5}{8} - \left(-\frac{7}{8}\right) = -\frac{5}{8} + \left(-(-\frac{7}{8})\right) = -\frac{5}{8} + \left(+\frac{7}{8}\right)$$

$$-\frac{3}{5} - \left(+\frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{5} + \left(-\left(+\frac{4}{5}\right)\right) = -\frac{3}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$-2/3 - 5/8 = -\frac{23}{10} - \frac{58}{100} = -\frac{23}{10} + \left(-\frac{58}{100}\right)$$

توجه

برای به دست آوردن حاصل تفریق دو عدد گویا به کمک محور، باید ابتدا تفریق را به جمع تبدیل کنیم.



نکته

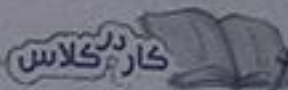
اعداد اعشاری با تعداد رقم‌های اعشاری محدود، اعداد صحیح یا اعداد طبیعی را می‌توان به صورت یک عدد گویا نمایش داد.

۵ مانند نمونه، عددها را ابتدا به طور تقریبی به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید. سپس، حاصل عبارت را به دست آورید.

$$-17/9 - (-8/0.1) + 12/87 = -18 - (-8) + 13 = -18 + 8 + 13 = -18 + 21 = +3$$

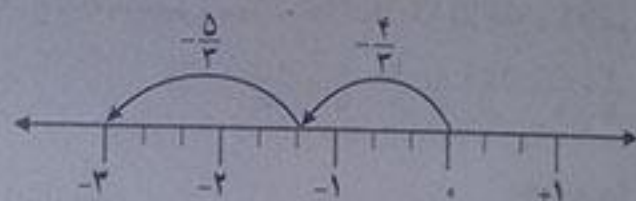
$$-1\frac{14}{15} + 2\frac{1}{17} - 3\frac{2}{19} = \underbrace{-2+2}_{\text{صفر}} - 3 = -3$$

صفحه ۱۱ کتاب درسی

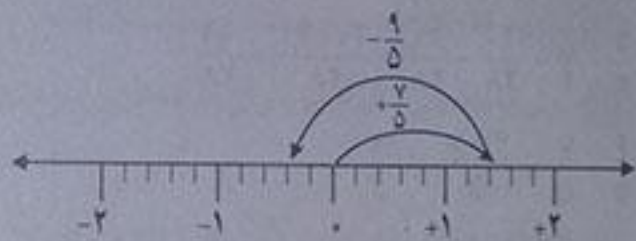


به کمک محور، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع بنویسید.

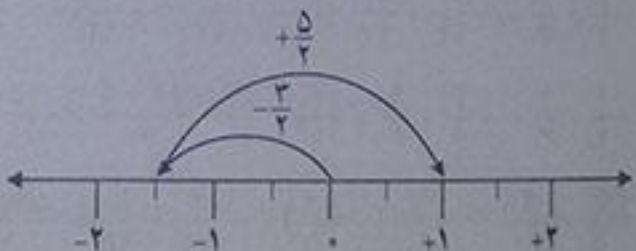
$$-\frac{4}{3} - (+\frac{5}{3}) = -\frac{4}{3} + (-\frac{5}{3}) = -\frac{4}{3} + (-\frac{5}{3}) = -3$$



$$(+\frac{7}{5}) + (-\frac{9}{5}) = -\frac{2}{5}$$



$$-\frac{3}{2} - (-\frac{5}{2}) = -\frac{3}{2} + (-(-\frac{5}{2})) = -\frac{3}{2} + (+\frac{5}{2}) = +1$$

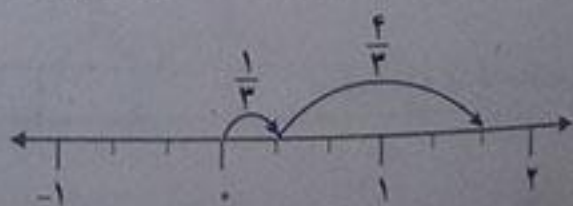


صفحه ۱۲ کتاب درسی



۱ برای هر کدام از محورهای یک تساوی جمع بنویسید.

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$$



$$\frac{1}{4} + (-\frac{3}{4}) = -\frac{2}{4}$$



$$\frac{1+(-2)}{4} = \frac{-2}{4}$$

○ حاصل عبارت روبرو را به دست آورید و با حاصل جمع بالا مقایسه کنید.

حاصل هر دو جمع، با هم برابر می‌باشند.

○ با توجه به تساوی‌های زیر، توضیح دهید که چگونه می‌توانیم حاصل جمع و تفریق دو عدد گویا را با استفاده از جمع و تفریق دو عدد صحیح به دست آوریم.

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{-3+2}{5} = \frac{-1}{5}$$

$$-\frac{3}{5} - (-\frac{2}{5}) = \frac{-3-(-2)}{5} = \frac{-3+2}{5} = \frac{-1}{5}$$

اگر دو عدد گویا دارای مخرج‌های یکسان باشند، برای جمع یا تفریق آن‌ها، کافی است یکی از مخرج‌ها را بنویسیم و صورت‌های آن‌ها را که اعداد صحیح می‌باشند، مانند جمع و تفریق اعداد صحیح با هم جمع یا از هم کم کنیم و حاصل را در صورت بنویسیم.

نتیجه برای جمع و تفریق دو عدد گویای هم‌مخرج، کافی است یکی از مخرج‌ها را بنویسیم و صورت‌های آن‌ها را با هم جمع و یا از هم کم کنیم. یعنی:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

مانند نمونه، ابتدا مخرج‌ها را یکی کنید. سپس، جمع و تفریق‌ها را انجام دهید.

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{4} = \frac{20}{28} - \frac{21}{28} = \frac{20-21}{28} = \frac{-1}{28}$$

$$\frac{6}{5} + \frac{7}{5} = \frac{6+7}{5} = \frac{13}{5}$$

$$-\frac{2}{4} + \frac{2}{3} = -\frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{-9+8}{12} = \frac{-1}{12} = -\frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{-2}{3} = \frac{6}{15} - (-\frac{10}{15}) = \frac{6}{15} + \frac{10}{15} = \frac{-6+10}{15} = \frac{4}{15}$$

نتیجه برای جمع و تفریق دو عدد گویا که دارای مخرج‌های مساوی نیستند، ابتدا باید با نوشتن کسرهای مساوی با آن‌ها که دارای مخرج یکسانی هستند، آن‌ها را هم‌مخرج نمود، سپس جمع و تفریق آن‌ها را انجام داد.

کار در کلاس

صفحه ۱۲ و ۱۳ کتاب درسی

مانند نمونه، حاصل هر یک از عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(-\frac{7}{9}) - (-\frac{4}{9}) = \frac{-7+4}{9} = \frac{-3}{9} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$$

$$(+\frac{7}{9}) + (-\frac{4}{9}) = \frac{7-4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$(-\frac{6}{11}) - (+\frac{8}{11}) = \frac{-6-8}{11} = \frac{-14}{11} = -\frac{14}{11}$$

$$(-\frac{6}{11}) + (+\frac{8}{11}) = \frac{-6+8}{11} = \frac{+2}{11} = \frac{2}{11}$$



$$-\frac{6}{11} - \frac{8}{11} = \frac{-6-8}{11} = \frac{-14}{11} = -\frac{14}{11}$$

$$(-\frac{6}{5}) + (-\frac{12}{25}) = \frac{-30-12}{25} = \frac{-42}{25} = -\frac{42}{25}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{7-4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$(-\frac{4}{7}) - (-\frac{5}{9}) = -\frac{4}{7} + \frac{5}{9} = \frac{-36+35}{63} = \frac{-1}{63} = -\frac{1}{63}$$

$$-\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{-4+4}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

$$-\frac{3}{4} - \frac{15}{8} = \frac{-6-15}{8} = \frac{-21}{8} = -\frac{21}{8}$$

۲ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$4 + \frac{3}{7} = \frac{4}{1} + \frac{3}{7} = \frac{28}{7} + \frac{3}{7} = \frac{28+3}{7} = \frac{31}{7}$$

$$4 + (-\frac{3}{7}) = \frac{4}{1} - \frac{3}{7} = \frac{28}{7} - \frac{3}{7} = \frac{28-3}{7} = \frac{25}{7}$$

$$-4 + (-\frac{3}{7}) = -\frac{4}{1} - \frac{3}{7} = \frac{-28}{7} - \frac{3}{7} = \frac{-28-3}{7} = \frac{-31}{7} = -\frac{31}{7}$$

$$-4 + \frac{3}{7} = -\frac{4}{1} + \frac{3}{7} = \frac{-28}{7} + \frac{3}{7} = \frac{-28+3}{7} = \frac{-25}{7} = -\frac{25}{7}$$

$$4 - \frac{3}{7} = \frac{4}{1} - \frac{3}{7} = \frac{28}{7} - \frac{3}{7} = \frac{28-3}{7} = \frac{25}{7}$$

$$-4 - \frac{3}{7} = -\frac{4}{1} - \frac{3}{7} = \frac{-28}{7} - \frac{3}{7} = \frac{-28-3}{7} = \frac{-31}{7} = -\frac{31}{7}$$

○ حالا مانند نمونه، هر عدد مخلوط را به صورت دو عدد صحیح و کسری در آورید و با هم جمع کنید.

$$-2\frac{1}{2} = -2 + (-\frac{1}{2}) = -2 - \frac{1}{2}$$

$$-3\frac{3}{4} = -3 + (-\frac{3}{4}) = -3 - \frac{3}{4}$$

$$+4\frac{1}{3} = +4 + (+\frac{1}{3}) = 4 + \frac{1}{3}$$

نتیجه در جمع دو عدد صحیح و کسری، به دو صورت زیر، می‌توان عمل کرد.

الف) اگر عدد صحیح و عدد کسری، هم علامت باشند، می‌توان آن‌ها را به صورت یک عدد مخلوط با همان علامت نوشت و سپس

$$-2\frac{1}{3} = -2\frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

عدد مخلوط را به کسر تبدیل کرد. مانند:

ب) اگر عدد صحیح و عدد کسری، هم علامت نباشند، می‌توان عدد صحیح را به صورت یک کسر با مخرج یک در نظر گرفت و از

$$-2 + \frac{1}{3} = -\frac{2}{1} + \frac{1}{3} = \frac{-6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{-6+1}{3} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3}$$

طریق هم‌مخرج کردن، حاصل را به دست آورد. مانند:

تمرین

۱ حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$\frac{4}{15} + \frac{4}{5} = -\frac{4}{15} + \frac{12}{15} = \frac{-4+12}{15} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{2}{8} - \frac{5}{12} = -\frac{9}{24} - \frac{10}{24} = \frac{-9-10}{24} = \frac{-19}{24} = -\frac{19}{24}$$

$$-2 - \frac{5}{3} = -2\frac{5}{3} = -\frac{11}{3} \quad 6 - 2 - \frac{5}{3} = -\frac{2}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{7}{3} = -\frac{11}{3}$$

$$-2 + \frac{3}{5} = -\frac{2}{1} + \frac{3}{5} = -\frac{10}{5} + \frac{3}{5} = \frac{-10+3}{5} = \frac{-7}{5} = -\frac{7}{5}$$

$$-2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} = -\frac{5}{2} + \frac{10}{3} = -\frac{15}{6} + \frac{20}{6} = \frac{-15+20}{6} = \frac{+5}{6} = \frac{5}{6}$$

$$-4\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2} = -\frac{21}{5} - \frac{5}{2} = -\frac{42}{10} - \frac{25}{10} = \frac{-42-25}{10} = \frac{-67}{10} = -\frac{67}{10}$$

$$7\frac{1}{3} - 10\frac{1}{4} = \frac{22}{3} - \frac{41}{4} = \frac{88}{12} - \frac{123}{12} = \frac{88-123}{12} = \frac{-35}{12} = -\frac{35}{12}$$

۲ حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$\begin{cases} -25 + 75 = +50 = 50 \\ -0/25 + 0/75 = \frac{-25}{100} + \frac{75}{100} = \frac{-25+75}{100} = \frac{50}{100} = 0/5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9 + 3 = -6 \\ -0/9 + 0/3 = -\frac{9}{10} + \frac{3}{10} = \frac{-9+3}{10} = \frac{-6}{10} = -\frac{6}{10} = -0/6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 - 12 = -5 \\ 0/7 - 1/2 = \frac{7}{10} - \frac{12}{10} = \frac{7-12}{10} = \frac{-5}{10} = -\frac{5}{10} = -0/5 \end{cases}$$

○ بین این تساوی‌ها، چه رابطه‌ای را مشاهده می‌کنید؟ برای جمع و تفریق اعداد اعشاری که تعداد ارقام اعشاری آن‌ها یکسان است، می‌توان اعداد را بدون ممیز در نظر گرفت و آن‌ها را مانند اعداد صحیح با یکدیگر جمع و تفریق کرد و در نهایت، در پاسخ به دست آمده، به همان تعداد، رقم اعشاری قرار داد.

۳ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$12/8 - 15/4 = -2/6 \quad (128 - 154 = -26)$$

$$-25 + 7/2 = -25/1 + 7/2 = -17/2 \quad (-250 + 72 = -178)$$

دقت داشته باشید که تعداد ارقام اعشار ۲۵- و ۷/۲ با هم برابر نمی‌باشد، برای این که تعداد ارقام اعشار آن‌ها را یکی کنیم، ۲۵- را به صورت ۲۵/۰- نوشته‌ایم.

$$-4/1 - 3/7 = -7/8 \quad (-41 - 37 = -78)$$



۴ به کمک الگویابی، جاهای خالی شکل را پر کنید.

وقت داشته باشید که هر عدد، برابر با مجموع دو عدد پایین خود می باشد.

صفحة ۱۴ کتاب درسی



۱ مانند نمونه، ضرب عددهای گویا را به ضرب عددهای صحیح تبدیل کنید. با توجه به حاصل عبارت‌ها، جدول را برای ضرب دو عدد گویا کامل کنید.

$$-\frac{2}{3} \times (+\frac{3}{4}) = -\frac{2}{3} \times \frac{+3}{4} = \frac{(-2) \times (+3)}{3 \times 4} = -\frac{2 \times 3}{3 \times 4} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{4} \times (+\frac{5}{7}) = -\frac{3}{4} \times \frac{+5}{7} = \frac{(-3) \times (+5)}{4 \times 7} = -\frac{15}{28}$$

$$-\frac{2}{9} \times (-\frac{4}{7}) = -\frac{2}{9} \times \frac{-4}{7} = \frac{(-2) \times (-4)}{9 \times 7} = +\frac{8}{63} = \frac{8}{63}$$

$$-\frac{3}{5} \times (-\frac{10}{9}) = -\frac{3}{5} \times \frac{-10}{9} = \frac{(-3) \times (-10)}{5 \times 9} = +\frac{\cancel{3}^1 \times \cancel{10}^2}{\cancel{5}_1 \times \cancel{9}_3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} \times (-\frac{9}{4}) = \frac{4}{3} \times \frac{-9}{4} = \frac{4 \times (-9)}{3 \times 4} = -\frac{\cancel{4}^1 \times \cancel{9}^3}{\cancel{3}_1 \times \cancel{4}_3} = -\frac{3}{1} = -3$$

$\times$	+	-
+	+	-
-	-	+

$\times$	+	-
+	+	-
-	-	+

نتیجه برای ضرب دو عبارت گویا در یک دیگر، کافی است صورت‌های آن‌ها را در

هم و مخرج‌های آن‌ها را نیز در هم ضرب کنیم و حاصل آن‌ها را در یک کسر،

به عنوان جواب بنویسیم. دقت داشته باشید که قبل از ضرب کردن صورت‌ها و

مخرج‌ها، ابتدا باید تعیین علامت کنیم.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

توجه در تعیین علامت ضرب عبارت‌های گویا نیز، از جدولی که برای ضرب اعداد صحیح استفاده می کردیم، کمک می گیریم.

۲ با توجه به جدول بالا، ابتدا علامت حاصل ضرب را تعیین کنید. سپس، مانند نمونه، با ضرب کسرها حاصل را پیدا کنید.

$$-\frac{2}{4} \times (-\frac{8}{15}) = +\frac{2}{4} \times \frac{8}{15} = \frac{2 \times 8}{4 \times 15} = \frac{2}{5}$$

$$-\frac{1}{2} \times (+\frac{2}{3}) = -\frac{1}{2} \times \frac{+2}{3} = -\frac{\cancel{1}^1 \times \cancel{2}^1}{\cancel{2}_1 \times \cancel{3}_3} = -2 \quad +\frac{1}{3} \times (-\frac{3}{5}) = +\frac{1}{3} \times \frac{-3}{5} = -\frac{\cancel{1}^1 \times \cancel{3}^1}{\cancel{3}_1 \times \cancel{5}_5} = -\frac{1}{5}$$

کار در کلاس

با توجه به نتیجه‌ای که از فعالیت قبل گرفته‌اید، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(+\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{2 \times 4}{5 \times 7} = -\frac{12}{35}$$

$$\left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right) = -\frac{2 \times 5}{3 \times 7} = -\frac{10}{21}$$

$$\left(-\frac{6}{25}\right) \times \left(-\frac{21}{8}\right) = +\frac{\cancel{6}^2 \times \cancel{21}_7}{\cancel{25}_5 \times \cancel{8}_4} = +\frac{2 \times 3}{5 \times 2} = \frac{9}{10}$$

$$-\frac{4}{7} \times (+12) = -\frac{4}{7} \times \left(+\frac{12}{1}\right) = -\frac{4 \times 12}{7 \times 1} = -\frac{48}{7}$$

$$\left(-\frac{2}{11}\right) \times \left(+\frac{11}{6}\right) = -\frac{\cancel{11}_1 \times \cancel{11}_1}{\cancel{11}_1 \times \cancel{6}_2} = -\frac{1}{2}$$

$$-1/2 \times (-0/1) = -\frac{12}{10} \times \left(-\frac{1}{10}\right) = +\frac{\cancel{12}_6 \times 1}{\cancel{10}_5 \times \cancel{10}_2} = \frac{2}{25}$$

$$-1\frac{1}{2} \times \frac{2}{8} = -\frac{4}{2} \times \frac{2}{8} = -\frac{\cancel{4}_2 \times \cancel{2}_1}{\cancel{2}_1 \times \cancel{8}_4} = -\frac{1}{2}$$

$$-2\frac{1}{4} \times \left(-1\frac{1}{3}\right) = -\frac{9}{4} \times \left(-\frac{4}{3}\right) = +\frac{\cancel{9}_3 \times \cancel{4}_4}{\cancel{4}_1 \times \cancel{3}_1} = +3$$

فعالیت

۱ معکوس کسر $\frac{2}{3}$ برابر با $\frac{3}{2}$ است. معکوس عددهای گویای زیر را بنویسید.

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{5}{3} \quad +\frac{2}{7} \xrightarrow{\text{معکوس}} +\frac{7}{2}$$

$$-3 \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{1}{3} \quad +\frac{7}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} +\frac{3}{7}$$

$$-2\frac{1}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{3}{7} \quad \left(-2\frac{1}{3} = -\frac{7}{3}\right)$$

$$0/1 \xrightarrow{\text{معکوس}} 1 \quad \left(\frac{1}{0/1} = \frac{1}{1} = 1\right)$$

$$+1\frac{1}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}} +\frac{4}{5} \quad \left(+1\frac{1}{4} = +\frac{5}{4}\right)$$

$$-1 \xrightarrow{\text{معکوس}} -1$$

توجه

در نوشتن معکوس یک عبارت گویا، هیچ گاه علامت آن تغییر نمی‌کند، فقط جای صورت با مخرج عوض می‌شود.

○ مانند نمونه، هر عدد بالا را در معکوس خود ضرب کنید و حاصل را به دست آورید.

$$-\frac{2}{5} \times \left(-\frac{5}{3}\right) = +\left(\frac{2}{5} \times \frac{5}{3}\right) = +\frac{\cancel{5}_1 \times \cancel{5}_1}{\cancel{5}_1 \times \cancel{3}_1} = +1 = 1 \quad +\frac{2}{7} \times \left(+\frac{7}{2}\right) = +\frac{\cancel{7}_1 \times \cancel{7}_1}{\cancel{7}_1 \times \cancel{2}_1} = 1$$

$$+\frac{7}{3} \times \left(+\frac{3}{7}\right) = +\frac{\cancel{7}_1 \times \cancel{7}_1}{\cancel{7}_1 \times \cancel{3}_1} = 1$$

$$(-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = +\frac{3}{3} = 1$$

$$0/1 \times 1 = 1$$

$$-\frac{7}{3} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = +\frac{\cancel{7}_1 \times \cancel{7}_1}{\cancel{7}_1 \times \cancel{3}_1} = 1$$



$$+\frac{5}{7} \times (+\frac{7}{5}) = +\frac{\cancel{5}^1 \times \cancel{7}_1}{1 \times 1} = 1$$

$$-1 \times (-1) = +1 = 1$$

○ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ حاصل ضرب هر عدد غیرصفر در معکوس خود، برابر یک است.

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$$

نتیجه الف) حاصل ضرب هر عدد غیرصفر در معکوس خود، برابر یک است.

ب) از آن‌جا که مخرج کسر نمی‌تواند صفر باشد، تنها عددی که معکوس ندارد، صفر است. (بی‌معنی) $\frac{1}{0} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{0}{1} = 0$

۲ همان‌طور که می‌دانید، تقسیم را می‌توانیم به ضرب تبدیل کنیم. پس، مانند نمونه، ابتدا علامت حاصل تقسیم را بگذارید و سپس آن را به ضرب دو عدد تبدیل کنید.

$$(+\frac{2}{3}) \div (-\frac{5}{7}) = -(\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}) = -(\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}) = -\frac{14}{15}$$

$$-\frac{6}{25} \div (-\frac{8}{21}) = +(\frac{6}{25} \div \frac{8}{21}) = +(\frac{6}{25} \times \frac{21}{8}) = +\frac{\cancel{6}^2 \times \cancel{21}_3}{\cancel{25}_5 \times \cancel{8}_2} = +\frac{9}{20} = \frac{9}{20}$$

$$-\frac{15}{12} \div (+\frac{10}{18}) = -(\frac{15}{12} \div \frac{10}{18}) = -(\frac{15}{12} \times \frac{18}{10}) = -\frac{\cancel{15}^3 \times \cancel{18}_2}{\cancel{12}_3 \times \cancel{10}_2} = -\frac{9}{2}$$

نتیجه برای تقسیم کردن دو عبارت گویا بر هم، ابتدا باید تعیین علامت کنیم، سپس برای به‌دست آوردن حاصل، باید کسر اول را نوشته و تقسیم را به ضرب تبدیل کنیم و در نهایت، کسر دوم را معکوس کنیم. در واقع برای محاسبه تقسیم دو عبارت گویا، از ضرب استفاده می‌کنیم.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

تبدیل تقسیم به ضرب
معکوس

توجه داشته باشید که برای به‌دست آوردن معکوس یک عبارت گویا، کافی

است جای صورت و مخرج آن را با هم عوض کنیم.

۳ جاهای خالی را با کسر مناسب پر کنید.

$$-2\frac{1}{2} \times (-\frac{2}{5}) = 1 \quad -2\frac{1}{2} \times (-\frac{2}{5}) = -\frac{5}{2} \times (-\frac{2}{5}) = +\frac{\cancel{5}^1 \times \cancel{2}_1}{1 \times 1} = +1 = 1$$

$$-\frac{2}{5} \times (-\frac{5}{2}) = 1 \quad -\frac{2}{5} \times (-\frac{5}{2}) = +\frac{\cancel{2}_1 \times \cancel{5}_1}{1 \times 1} = +1 = 1$$

$$+1\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = 1 \quad +1\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = +\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = +\frac{\cancel{5}^1 \times \cancel{4}_1}{1 \times 1} = +1 = 1$$

$$+\frac{1}{4} \times 4 = 1 \quad +\frac{1}{4} \times 4 = +\frac{1}{4} \times \frac{4}{1} = +\frac{1 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times 1} = +\frac{1}{1} = +1 = 1$$

۱ حاصل تقسیم‌های زیر را حساب کنید.

$$\frac{1}{9} \div (-8) = -\frac{1}{9} \div \left(-\frac{1}{1}\right) = +\left(\frac{1}{9} \times \frac{1}{1}\right) = +\frac{1 \times 1}{9 \times 1} = +\frac{1}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{7} \div \left(-\frac{5}{7}\right) = +\left(\frac{1}{7} \times \frac{7}{5}\right) = +\frac{1 \times 7}{7 \times 5} = +\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{8} \div \left(-\frac{2}{8}\right) = +\left(\frac{2}{8} \times \frac{8}{2}\right) = +1 = 1$$

$$1 \div \left(-\frac{2}{3}\right) = -\left(1 \times \frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

$$(-1/4) \div (-5) = -\left(\frac{1}{4} \div \frac{5}{1}\right) = -\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}\right) = -\frac{1 \times 1}{4 \times 5} = -\frac{1}{20}$$

$$-1/8 \div 4 = -\left(\frac{1}{8} \div \frac{4}{1}\right) = -\left(\frac{1}{8} \times \frac{1}{4}\right) = -\frac{1 \times 1}{8 \times 4} = -\frac{1}{32}$$

نکته

الف) حاصل تقسیم هر عدد غیر صفر بر خودش، برابر یک می‌شود. ب) حاصل ضرب هر عدد در یک، برابر خودش می‌شود.

۲ طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید.

$$1 \div \frac{5}{3} = 1 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

$$1 \div \left(-\frac{3}{4}\right) = 1 \times \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{4}{3}$$

$$1 \div \left(-\frac{7}{2}\right) = 1 \times \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{2}{7}$$

$$\frac{2}{5} \text{ معکوس} = \frac{5}{2}$$

$$-\frac{3}{4} \text{ معکوس} = -\frac{4}{3}$$

$$-\frac{7}{2} \text{ معکوس} = -\frac{2}{7}$$

حاصل تقسیم عدد یک بر هر عدد غیر صفر چیست؟ توضیح دهید. حاصل، معکوس آن عدد خواهد بود. فرض کنید $\frac{a}{b}$ یک عدد غیر صفر باشد، داریم:

$$\frac{a}{b} \text{ بر } \frac{a}{b} \text{ تقسیم عدد یک} = 1 \div \frac{a}{b} = 1 \times \frac{b}{a} = \frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b}\right) \text{ معکوس}$$

نتیجه

حاصل تقسیم عدد یک بر هر عدد غیر صفر، برابر معکوس آن عدد است.

$$1 \div \frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$$

فعالیت

۱ کسرهای زیر را مانند نمونه و به کمک ماشین حساب، به عدد اعشاری تبدیل کنید.

$$\frac{2}{5} = 2 \div 5 = 0.4$$

$$\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0.333333$$

$$\frac{3}{7} = 3 \div 7 = 0.428571428571$$

$$\frac{1}{8} = 1 \div 8 = 0.125$$

$$\frac{5}{4} = 5 \div 4 = 1.25$$

$$\frac{5}{6} = 5 \div 6 = 0.833333$$



بین عددهای حاصل چه تفاوتی مشاهده می‌کنید؟ آیا می‌توانید کسرها را طبقه‌بندی کنید؟
 بعضی از عددهای به‌دست آمده بی‌شمار رقم اعشاری دارند و برخی به تعداد محدود، رقم اعشاری دارند. بنابراین می‌توان کسرها را به دو دسته زیر طبقه‌بندی کرد:

الف) کسرهایی که حاصل آن‌ها، تعداد محدودی رقم اعشاری دارد.

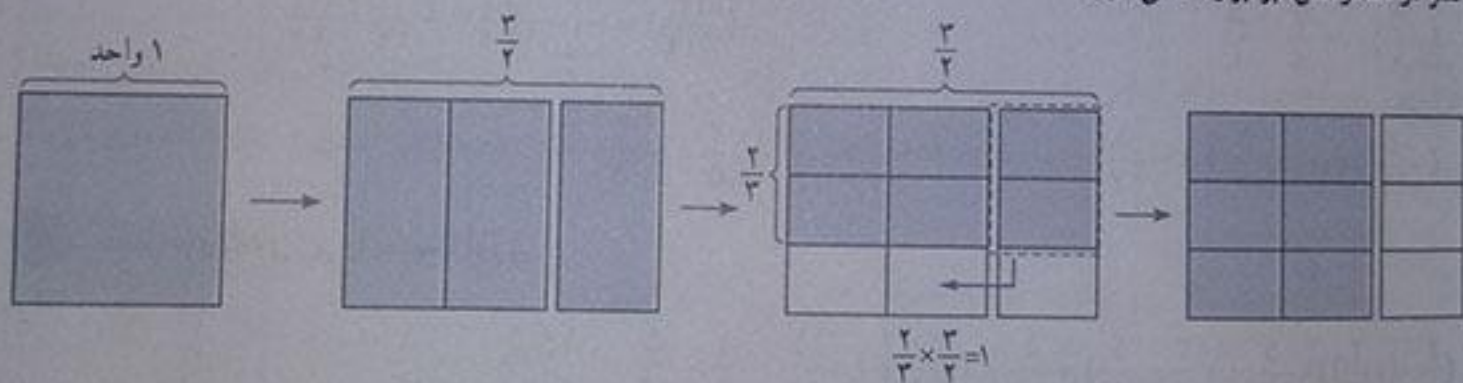
ب) کسرهایی که حاصل آن‌ها، بی‌شمار رقم اعشاری دارد.

نتیجه کسرهایی که پس از ساده‌شدن، مخرج آن‌ها فقط از حاصل ضرب یکی از عوامل ۲ یا ۵ به‌دست آمده باشد، حاصل‌شان، تعداد محدودی رقم اعشاری دارد، ولی اگر مخرج آن‌ها هیچ‌یک از عوامل ۲ یا ۵ را نداشته باشد، یا از حاصل ضرب عامل ۲ در عددی غیر از ۵ و یا از حاصل ضرب عامل ۵ در عددی غیر از ۲ به‌دست آمده باشد، بی‌شمار رقم اعشاری دارند. یعنی:

تعداد ارقام اعشاری محدود دارد. $\Rightarrow$ صورت $\frac{\text{صورت}}{۵ \times ۲}$ یا $\frac{\text{صورت}}{۲}$ یا $\frac{\text{صورت}}{۵}$ (الف)

بی‌شمار ارقام اعشاری دارد. $\Rightarrow$ صورت $\frac{\text{صورت}}{\text{عدد}}$ یا $\frac{\text{صورت}}{۵ \times \text{عدد}}$ یا $\frac{\text{صورت}}{۲ \times \text{عدد}}$ (ب)
 (به‌جز ۲ و ۵) $\rightarrow$ (به‌جز ۲) $\leftarrow$ (به‌جز ۵)

۲ مانند نمونه، ضرب یک کسر در معکوسش را روی شکل نشان دهید. چگونه می‌توانیم از روی شکل نشان دهیم که حاصل ضرب کسر در معکوسش، برابر یک می‌شود؟



ابتدا یک مربع را به عنوان شکل واحد در نظر می‌گیریم. سپس به کمک آن شکل مربوط به کسر دوم، یعنی $\frac{۳}{۲}$ را نمایش می‌دهیم. حالا با توجه به کسر اول، $\frac{۲}{۳}$ از شکل رسم‌شده را در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل‌ها، دیده می‌شود که $\frac{۲}{۳}$ از این شکل، همان یک واحد است. بنابراین:

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۲} = ۱$$



$$\left(-\frac{۶}{۱۷}\right) + \left(-\frac{۸}{۱۷}\right) = \left(-\frac{۶}{۱۷}\right) + \left(+\frac{۸}{۱۷}\right) = \left(-\frac{۶}{۱۷}\right) + \frac{۸}{۱۷} = \frac{-۶+۸}{۱۷} = \frac{۲}{۱۷}$$

$$\left(-\frac{۱۲}{۳۵}\right) - \left(+\frac{۱۱}{۴۲}\right) = \left(-\frac{۱۲}{۳۵}\right) - \frac{۱۱}{۴۲} = \left(-\frac{۷۲}{۲۱۰}\right) - \left(\frac{۵۵}{۲۱۰}\right) = \frac{-۷۲-۵۵}{۲۱۰} = \frac{-۱۲۷}{۲۱۰} = -\frac{۱۲۷}{۲۱۰}$$

$$\left(-\frac{2}{63}\right) - \left(-\frac{5}{72}\right) = \left(-\frac{2}{63}\right) + \frac{5}{72} = \left(-\frac{16}{504}\right) + \frac{25}{504} = \frac{-16+25}{504} = \frac{+9}{504} = \frac{1}{56}$$

$$\frac{7}{12} + (-3) = \frac{7}{12} - \frac{3}{1} = \frac{7}{12} - \frac{36}{12} = \frac{7-36}{12} = \frac{-29}{12} = -\frac{29}{12}$$

$$\left(+\frac{2}{11}\right) \times \left(-\frac{6}{9}\right) = -\left(\frac{2}{11} \times \frac{6}{9}\right) = -\frac{2 \times 6}{11 \times 9} = -\frac{12}{99} = -\frac{4}{33}$$

$$\left(-\frac{1}{10}\right) \times \left(+\frac{1}{12}\right) = -\left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{12}\right) = -\frac{1 \times 1}{10 \times 12} = -\frac{1}{120}$$

$$-8 + (+5) = -(8 - 5) = -\frac{3}{1} = -3$$

$$(-12) \div (-28) = +(12 \div 28) = +\frac{12}{28} = +\frac{3}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\left(-\frac{7}{9}\right) \div \left(-\frac{28}{27}\right) = +\left(\frac{7}{9} \times \frac{27}{28}\right) = +\frac{7 \times 27}{9 \times 28} = +\frac{7}{4} = \frac{7}{4}$$

$$-2/4 \div 1/2 = -(2/4 \div 1/2) = -\left(\frac{24}{100} \div \frac{12}{100}\right) = -\left(\frac{24}{100} \times \frac{100}{12}\right) = -2$$

۲ عددی زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\left(-\frac{5}{8}\right) = +\frac{5}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\left(-\frac{14}{-19}\right) = \frac{14}{19} = \frac{14}{19}$$

$$\left(-\frac{5}{-12}\right) = \frac{5}{12} = \frac{5}{12}$$

$$-\frac{3}{5} = -\frac{3}{5}$$

۳ حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\left(\frac{2}{5} - \left(+\frac{2}{5}\right)\right) \times \frac{5}{12} = \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{5}{12} = \left(\frac{2-2}{5}\right) \times \frac{5}{12} = \frac{0}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{0}{12} = 0$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{5} + \frac{5}{6}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right) \div \left(-\frac{12}{30} + \frac{25}{30}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right) \div \left(\frac{13}{30}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{30}{13}\right) = -\frac{12}{13}$$

$$-\frac{2 \times 6}{1 \times 12} = -\frac{12}{12} = -1$$

$$\left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5} - \frac{7}{5} + \frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \left(\frac{2-2-7+4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = +\frac{15}{15} = +1$$

$$\left(-\frac{2}{8} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9}\right) \div \frac{-7}{24} = \left(-\frac{27}{72} + \frac{12}{72} - \frac{8}{72}\right) \div \left(-\frac{7}{24}\right) = \left(-\frac{23}{72}\right) \div \left(-\frac{7}{24}\right) = \left(-\frac{23}{72}\right) \times \left(-\frac{24}{7}\right) = \frac{23}{21}$$

$$\left(-\frac{79}{72}\right) \div \left(-\frac{7}{24}\right) = +\left(\frac{79}{72} \times \frac{24}{7}\right) = +\frac{79 \times 24}{72 \times 7} = +\frac{79}{21} = \frac{79}{21}$$

